

# KOMPRESI CITRA DIAM SECARA ADAPTIF : PEMILIHAN POHON BASIS COSINE PACKETS (CP) DAN WAVELET PACKETS (WP) MENGGUNAKAN ALGORITMA PRUNING OPTIMAL

Rismon Hasiholan Sianipar<sup>\*)</sup> Sjamsjiar Rachman<sup>\*\*)</sup> Adhi Susanto<sup>\*\*\*)</sup>

## ABSTRACT

Both wavelet packets (WP) and cosine packets (CP) have recently emerged as powerful tools for signal compression, particularly in areas of still image and video compression. This is a comparative study of performance on transform based coding image compression algorithms. The entropy-based criterion and optimal pruning algorithm are used to choose the best decomposition tree of CP and WP. To obtain a quantitative measure of our methods' performance, we give PSNR (peak signal to noise ratio), time-consumption and sum of zeros percentage parameters. The sum of zeros percentage parameter showed that WP will be the winner if the decomposition level is 5 and 6. Otherwise CP will be the winner if the decomposition level is 1. This indicates WP is better than CP regarding to energy compaction. Other parameters proved that WP is better than CP.

**Keywords:** wavelet packets (WP), cosine packets (CP), PSNR, time-consumption, sum of zeros percentage.

## DASAR TEORI

### COSINE PACKETS (CP)

Alih-ragam discrete cosine transform (DCT) 2 dimensi dapat dituliskan dengan [2]:

$$G_{00} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} g_{mn} \quad (1)$$
$$G_{uv} = \frac{1}{2N^3} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} g_{mn} \cos[(2m+1)u\pi] \cos[(2n+1)v\pi]$$

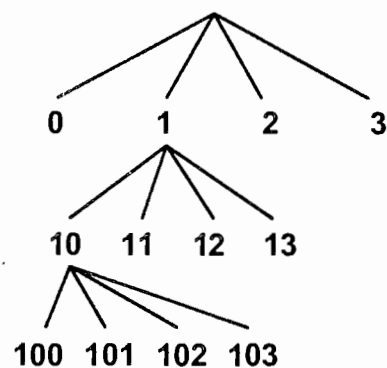
dan alih-ragam baliknya [2] adalah:

$$g_{mn} = \frac{1}{N} G_{00} + \frac{1}{2N^3} \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} G_{uv} \cos[(2m+1)u\pi] \cos[(2n+1)v\pi] \quad (2)$$

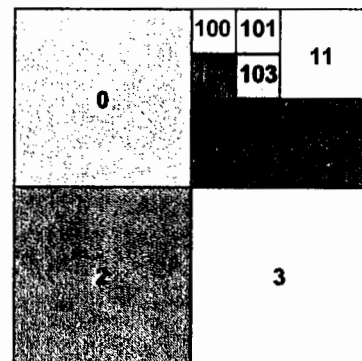
dimana  $G_{00}$  dan  $G_{uv}$  adalah koefisien-koefisien transformasi DCT sedangkan  $g_{mn}$  adalah koefisien-koefisien transformasi balik DCT.

Dalam tulisan ini akan diajukan modifikasi atas standard kompresi citra JPEG yaitu dengan menggantikan DCT terblok 8x8 (*block discrete cosine transform*) dengan DCT terblok secara adaptif. Maksud sifat adaptif disini adalah proses dimana penentuan blok didasarkan parameter tertentu.

Pohon dekomposisi akan dibangun secara adaptif menggunakan algoritma Pruning Optimal dengan kriteria entropi. Modifikasi ini dilakukan dengan mencari basis terbaik melalui perbandingan *information cost* dari beberapa blok anak dengan blok induk. Dekomposisi ini disebut juga *Cosine-Packets* (CP). Salah satu contoh pohon dekomposisi yang dibangun secara adaptif dapat dilihat pada Gambar 1 dan ilustrasi hasil pemblokkan dimensi 2 dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 1. Pohon dekomposisi yang dibangun secara adaptif



Gambar 2. Ilustrasi pemblokkan CP pada Gambar 1

Pada dekomposisi pertama, citra asli dibagi menjadi empat blok citra ditandai dengan 0, 1, 2, dan 3 pada Gambar 1. Selanjutnya tiap blok ini dibagi lagi menjadi 4 bagian secara rekursif pada tiap level dekomposisi hingga tercapai kedalaman dekomposisi maksimum. Penghitungan alih-ragam DCT 2d dan

<sup>\*)</sup> Rismon Hasiholan Sianipar, ST., MT., Dosen Jurusan Teknik Elektro Universitas Mataram, Mataram, NTB., Alumnus S1 dan S2 T. Elektro UGM, sedang menyelesaikan studi S3 di Yamaguchi University Jepang.

<sup>\*\*)</sup> Sjamsjiar Rachman, ST., MT., Dosen T. Elektro Universitas Mataram., Alumnus Pascasarjana T. Elektro UGM

<sup>\*\*\*)</sup> Prof. Adhi Susanto, M.Sc., Ph.D., Dosen Pascasarjana Teknik Elektro UGM

penghitungan entropi koefisien-koefisien DCT 2d dilakukan untuk tiap blok yang tercipta pada level dekomposisi maksimum. Algoritma pruning optimal dimanfaatkan untuk memilih pohon dekomposisi terbaik [8].

### WAVELET PACKETS (WP)

Jika  $V_0$  adalah ruang dimana ibu wavelet ‘hidup’ maka dengan memanfaatkan analisis resolusi banyak (*multi-resolution analysis*), ruang tersebut dapat di dekomposisi seperti terlihat pada Gambar 3. Ruang  $W$  adalah ruang ortogonal terhadap ruang  $V$ . Ibu wavelet dapat dituliskan sebagai berikut:

$$V_0 = \text{Span}\{\varphi_k(t)\} \tag{3}$$

untuk semua bilangan bulat  $k$  dari  $-\infty$  sampai  $+\infty$ . Dalam penelitian ini digunakan ibu wavelet Coiflet dengan jumlah *vanishing moment* 3. Hal ini berarti bahwa suatu fungsi  $f(t)$  dapat dituliskan sebagai kombinasi linier atas versi translasi ibu wavelet tersebut:

$$f(t) = \sum_k a_k \varphi_k(t), \quad f(t) \in V_0 \tag{4}$$

dimana  $a_k = \langle f(t), \varphi_k(t) \rangle$ . Ibu wavelet ini dapat didilatasi dan ditranslasi untuk menghasilkan keluarga fungsi penskala:

$$\varphi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \varphi(2^{-j}t - k) \tag{5}$$

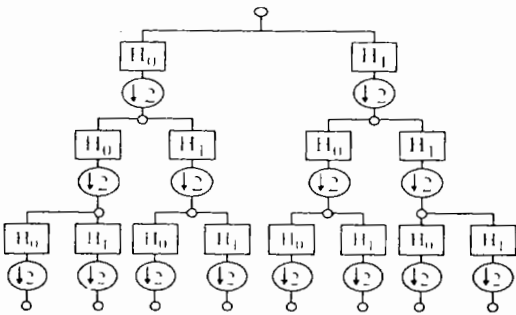
yang memiliki subruang:

$$V_j = \text{Span}\{\varphi_k(2^{-j}t)\} = \text{Span}\{\varphi_{j,k}(t)\} \tag{6}$$

sehingga  $f(t)$  dapat dituliskan kembali menjadi:

$$f(t) = \sum_k a_k \varphi(2^{-j}t + k) \tag{7}$$

Jika  $j < 0$  maka *span* akan lebih besar, karena  $\varphi_{j,k}(t)$  akan lebih sempit dan ditranslasi dengan langkah yang kecil. sebaliknya jika  $j > 0$  *span* akan lebih kecil, karena  $\varphi_{j,k}(t)$  akan lebih lebar dan ditranslasi dengan langkah yang besar. Jadi fungsi penskala yang lebih lebar hanya memuat informasi kasar (*coarse*) sedangkan fungsi penskala yang sempit akan memuat informasi halus [1].



Gambar 3. Pohon dekomposisi WP

Bagi isyarat praktis yang memiliki lebarbidang terbatas (*bandlimited*), maka kedalaman dekomposisi maksimum  $j=-J$ , sehingga untuk  $f(t) \in V_J$  dapat direpresentasikan dengan:

$$\begin{aligned} f(t) &= \sum_k c_{-J,k}(k) \varphi_{-J,k}(t) \\ &= \sum_k c_{-J+1,k}(k) \varphi_{-J+1,k}(t) + \sum_k d_{-J+1,k}(k) \psi_{-J+1,k}(t) \\ f(t) &= \sum_k c_{j0}(k) \varphi_{j0,k}(t) + \sum_k \sum_{j=j0}^{-J+1} d_j(k) \psi_{j,k}(t) \end{aligned} \tag{8}$$

dimana  $c$  dan  $d$  adalah koefisien aproksimasi dan koefisien detail berturut-turut yang dapat dihitung dengan [3]:

$$c_{j+1}(k) = \sum_m h_0(m - 2k) c_j(m) \tag{9}$$

$$d_{j+1}(k) = \sum_m h_1(m - 2k) c_j(m) \tag{10}$$

$h_0$  dan  $h_1$  adalah runtun tapis *low-pass* dan tapis *high-pass* berturut-turut.

### WP DALAM DIMENSI 2

Dalam WP dimensi 2 dikenal empat operator-operator konvolusi-desimasi yang memanfaatkan  $H_0$  dan  $H_1$  (tapis *low-pass* dan *high-pass*) dan merupakan ekstensi dari WP 1d. Dekomposisi dilakukan pada dimensi baris dan kolom citra secara bertahap. Proses dekomposisi ini dapat dituliskan dalam persamaan di bawah ini [10].

$$F_0 = H_0 \oplus H_0, \quad F_0 v(x, y) = \sum_{i,j} v(i, j) h_{2x-i}^0 h_{2y-i}^0 \tag{11}$$

$$F_1 = H_0 \oplus H_1, \quad F_1 v(x, y) = \sum_{i,j} v(i, j) h_{2x-i}^0 h_{2y-i}^1 \tag{12}$$

$$F_2 = H_1 \oplus H_0, \quad F_2 v(x, y) = \sum_{i,j} v(i, j) h_{2x-i}^1 h_{2y-i}^0 \tag{13}$$

$$F_3 = H_1 \oplus H_1, F_3 v(x, y) = \sum_{i,j} v(i, j) h_{2x+i}^1 h_{2y+j}^1 \quad (14)$$

Operator-operator di atas memiliki pasangan *adjoint* yang berguna untuk proses rekonstruksi citra [10].

$$F_0^* v(x, y) = \sum_{i,j} v(i, j) h_{2i+x}^0 h_{2j+y}^0 \quad (15)$$

$$F_1^* v(x, y) = \sum_{i,j} v(i, j) h_{2i+x}^0 h_{2j+y}^1 \quad (16)$$

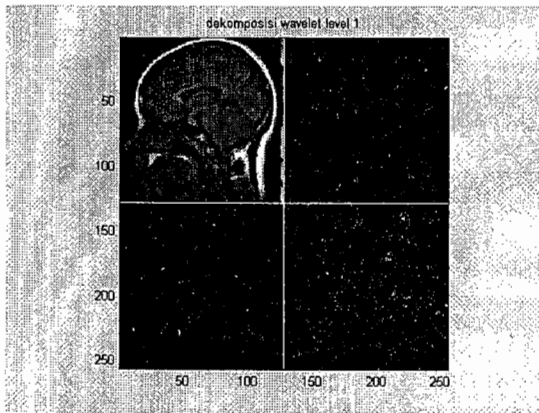
$$F_2^* v(x, y) = \sum_{i,j} v(i, j) h_{2i+x}^1 h_{2j+y}^0 \quad (17)$$

$$F_3^* v(x, y) = \sum_{i,j} v(i, j) h_{2i+x}^1 h_{2j+y}^1 \quad (18)$$

Relasi ortogonal atas koleksi ini adalah sebagai berikut:

$$F_n F_m^* = \delta_{nm} I; F_0^* F_0 \oplus F_1^* F_1 \oplus F_2^* F_2 \oplus F_3^* F_3 \quad (19)$$

Pada dekomposisi level 1, citra asli didekomposisi menjadi 4 subcitra. Kuadran kiri-atas, kanan-atas, kiri-bawah dan kanan-bawah pada Gambar 4 dihasilkan dengan memanfaatkan operator  $F_0$ ,  $F_1$ ,  $F_2$  dan  $F_3$  berturut-turut. Pada level dekomposisi selanjutnya, setiap kuadran didekomposisi secara rekursif dengan menggunakan operator yang sama. Entropi dihitung pada setiap subcitra yang dihasilkan pada kedalaman dekomposisi maksimum untuk dimanfaatkan algoritma Pruning Optimal dalam membangun pohon dekomposisi.



Gambar 4. Dekomposisi WP 2d level 1

## ALGORITMA PRUNING OPTIMAL, KRITERIA ENTROPI DAN PSNR

Pada tulisan ini, kriteria yang digunakan ialah entropi untuk meminimasi *information cost functional*. Entropi suatu runtun  $u=\{u(k)\}$  didefinisikan dengan persamaan [8]:

$$H(u) = \sum_k p(k) \log \frac{1}{p(k)} \quad (20)$$

$$\text{dengan } p(k) = \frac{|u(k)|^2}{\|u\|^2}$$

sehingga *information cost functional* untuk vektor tersebut yang dikenal sebagai *Shannon entropy* adalah [8]:

$$I(u) = \sum_k |u(k)|^2 \log \left( \frac{1}{|u(k)|^2} \right) \quad (21)$$

Algoritma Pruning Optimal yang dipakai untuk menyeleksi pohon dekomposisi adalah:

For  $k=(-L+1):1:0$

For  $n=0$  to  $2^k-1$

Langkah 1: hitung  $R_{k,n} = M(A_{k,n})$

[# M adalah *information cost functional*]

Langkah 2: If  $k=-L+1$ , beri tanda pada

$R_{k,n}$  sebagai terminal

Langkah 3: If  $k < -L+1$ ,

If  $R_{k,n} \leq R_{k+1,2n} + R_{k+1,2n+1}$

Beri tanda pada  $R_{k,n}$  sebagai terminal

Else tinggalkan  $R_{k,n}$  tanpa tanda dan  
Tetapkan nilai  $R_{k,n} = R_{k+1,2n} + R_{k+1,2n+1}$

End

End

Dalam referensi [8] akan ditemukan penjelasan lebih lanjut tentang penggunaan algoritma ini,

Salah satu parameter yang akan dibandingkan adalah PSNR (*peak signal to noise ratio*). Jika  $org(x,y)$  adalah nilai piksel citra asli dan  $dec(x,y)$  adalah nilai piksel citra terekonstruksi pada posisi  $(x,y)$  maka PSNR citra dengan intensitas keabuan 256 dapat dihitung dengan [1]:

$$PSNR [dB] = 10 \cdot \log \left( \frac{\sum_{xy} 255^2}{\sum_{xy} (org(x,y) - dec(x,y))^2} \right) \quad (22)$$

Dari persamaan (22) diimplikasikan bahwa PSNR yang semakin tinggi disebabkan oleh citra terekonstruksi yang dihasilkan semakin menyerupai citra asli. Sebaliknya PSNR yang kecil disebabkan oleh citra terekonstruksi yang diperoleh semakin menyimpang dari citra asli.

## TAHAPAN PENELITIAN

Penelitian pada paper ini dilakukan dalam beberapa tahap, yaitu:

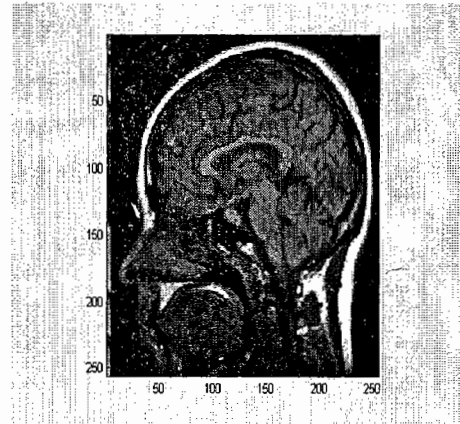
1. Citra didekomposisi oleh ( CP atau WP) dengan kedalaman dekomposisi tertentu.
2. Pemilihan pohon dekomposisi terbaik menggunakan algoritma pruning optimal dan kriteria entropi.
3. Kuantisasi dengan beberapa nilai *threshold*.
4. Penghitungan konsumsi waktu komputasi dan jumlah elemen nol.
5. Rekonstruksian citra dan Penghitungan PSNR

## HASIL DAN DISKUSI

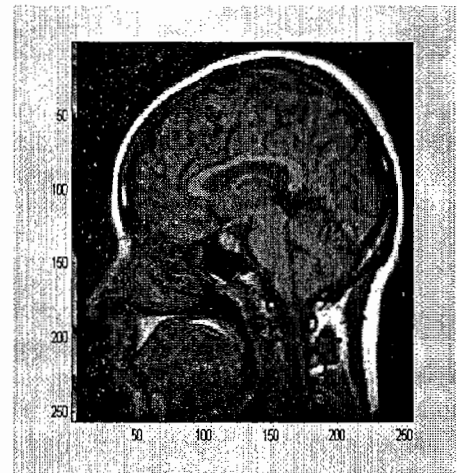
Telah dilakukan baik dekomposisi maupun rekonstruksi citra diam oleh CP dan WP. Gambar 5 dan Gambar 6 menunjukkan citra asli dan hasil citra terekonstruksi CP dan WP dengan nilai *threshold* 10. Secara persepsi visual mata, tidak terdapat perbedaan yang cukup mencolok. Namun perbedaan ini akan semakin terasa jika nilai *threshold* ditetapkan semakin tinggi karena akan terjadi degradasi kualitas citra terekonstruksi. Gambar 7(a) membuktikan bahwa PSNR WP lebih baik dari CP. Artinya terjadi degradasi kualitas citra lebih kurang 25 dB pada citra terekonstruksi CP dibandingkan citra terekonstruksi WP jika digunakan nilai *threshold* 10. Sedangkan Gambar 7(b) lebih lanjut menjelaskan konsumsi waktu komputasi untuk proses dekomposisi, pemilihan pohon dekomposisi dan kuantisasi jika digunakan Prosesor Pentium II dan paket perangkat lunak MATLAB 5.31. Dapat diperhatikan bahwa konsumsi waktu WP jauh lebih sedikit dibandingkan CP jika level dekomposisi semakin besar. Diharapkan konsumsi waktu komputasi akan berkurang jika digunakan Prosesor IV dan bahasa pemrograman C [9].

Tabel 1 memberikan gambaran yang lebih detil. Nilai-nilai yang ditebalkan menunjukkan parameter yang menang dalam hal pemaketan energi. Untuk nilai *threshold* 10 sampai 40, WP memiliki persentase jumlah nol yang lebih besar dari CP. Sebaliknya akan terjadi jika nilai *threshold* 60 sampai 80. Hal ini secara utuh menunjukkan bahwa pemaketan energi oleh WP pada nilai *threshold* 10 sampai 40 lebih efisien dibandingkan dengan CP. Sebaliknya pemaketan energi oleh CP pada nilai *threshold* 60 sampai 100 lebih baik dibandingkan dengan WP. Dapat diperhatikan pula bahwa untuk kedalaman dekomposisi 5 dan 6, pemaketan energi WP selalu lebih baik dari CP sedangkan untuk kedalaman dekomposisi 1, pemaketan energi CP selalu lebih baik dari CP. Tiga parameter di atas merupakan pertimbangan utama bagi algoritma kompresi JPEG2000 dan JPEG dalam menetapkan kedalaman

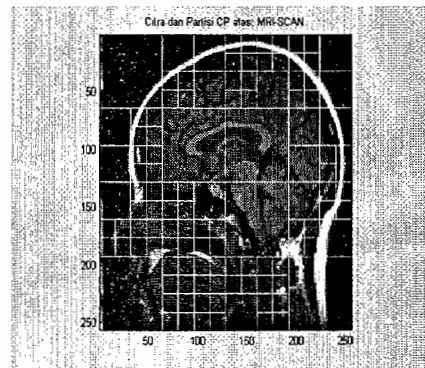
dekomposisi tertentu dengan tetap memperhatikan kualitas citra dan konsumsi waktu komputasi.



(a)

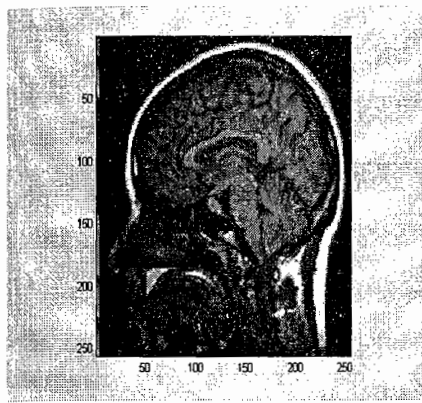


(b)



(c)

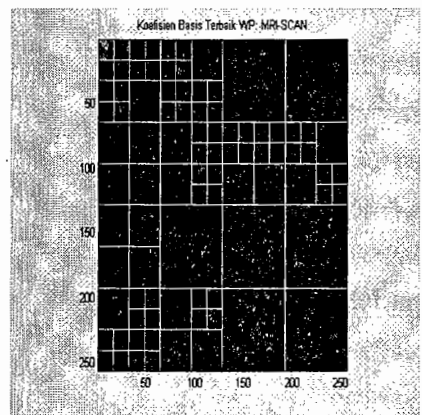
Gambar 5. (a). Citra asli MRI-SCAN 256 x 256 (b). Citra MRI-SCAN terekonstruksi dengan *threshold* 10 (c). Pemblokkan CP level 9 secara adaptif



(a)

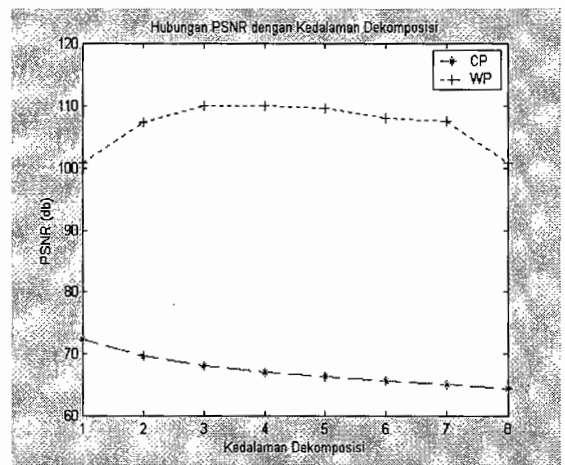


(b)

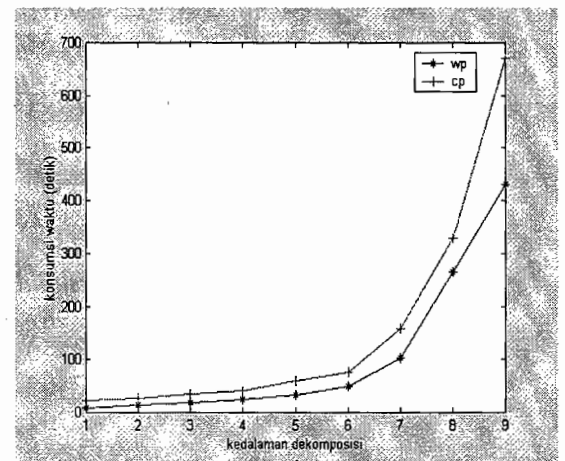


(c)

Gambar 6. (a). Citra asli MRI-SCAN 256 x 256 (b). Citra MRI-SCAN terkonstruksi WP dengan *threshold* 10 (c). Dekomposisi WP level 9 secara adaptif



(a)



(b)

Gambar 7. (a). Hubungan PSNR vs kedalaman dekomposisi pada *threshold* =10 (b). Hubungan konsumsi waktu vs kedalaman dekomposisi pada *threshold* =10

Tabel 1. Persentase Elemen nol WP dan CP

Persentase Elemen Nol (%)			
Kedalaman Dekomposisi	Jenis Dekomposisi		Pemenang
	WP	CP	
Threshold = 10 : Kualitas Hampir Sempurna			
1	77.1805	<b>80,8609</b>	<b>WP 4 kali</b>
2	<b>85,3683</b>	83.3572	
3	<b>86,5921</b>	84.4360	
4	<b>86,5250</b>	85.2158	
5	<b>86,5067</b>	84.2158	
Threshold = 20 : Kualitas Sangat Bagus			
1	80.4474	<b>87,9059</b>	<b>WP 4 kali</b>
2	<b>90,3763</b>	89.8529	
3	<b>92,0456</b>	90.8325	
4	<b>92,0212</b>	91.2170	
5	<b>92,0334</b>	90.7700	
Threshold = 40 : Kualitas Bagus			
1	82.6584	<b>93,4158</b>	<b>WP 3 kali</b>
2	93.4479	<b>94,7510</b>	
3	<b>95,4498</b>	95.2789	
4	<b>95,7077</b>	95.4010	
5	<b>95,7489</b>	95.0165	
Threshold = 60 : Kualitas Cukup			
1	84.2987	<b>95,7275</b>	<b>CP 3 kali</b>
2	94.4550	<b>96,6736</b>	
3	96.7468	<b>96,9193</b>	
4	<b>97,0764</b>	96.9635	
5	<b>97,1260</b>	96.6263	
Threshold = 80 : Kualitas Jelek			
1	86.0687	<b>96,9452</b>	<b>CP 3 kali</b>
2	95.0439	<b>97,6395</b>	
3	97.4594	<b>97,8378</b>	
4	<b>97,8500</b>	97.8241	
5	<b>97,9202</b>	97.4899	
Threshold = 100 : Kualitas Sangat Jelek			
1	88.2965	<b>97,7188</b>	<b>CP 3 kali</b>
2	95.4834	<b>98,1995</b>	
3	97.8729	<b>98,3429</b>	
4	<b>98,3231</b>	98.3170	
5	<b>98,3932</b>	98.0118	

## KESIMPULAN

CP dan WP telah diterapkan untuk mendekomposisi dan merekonstruksi citra diam secara adaptif. Parameter PSNR menunjukkan bahwa citra terekonstruksi oleh CP mengalami degradasi kualitas citra secara signifikan. Parameter konsumsi waktu menjelaskan bahwa waktu komputasi WP lebih sedikit dari CP terutama untuk kedalaman dekomposisi 9. Selanjutnya parameter persentase elemen nol mengungkapkan beberapa kondisi yang

mempengaruhi keberhasilan pemaketan energi. Untuk kedalaman dekomposisi 5 dan 6, pemaketan energi WP selalu lebih baik dari CP sebaliknya untuk kedalaman dekomposisi 1, pemaketan energi CP selalu lebih baik dari WP. Akhirnya, diharapkan ketiga parameter ini dapat dijadikan pertimbangan untuk memilih algoritma kompresi sesuai dengan kebutuhan. Rencana kerja ke depan akan melibatkan pengkodean Huffman dan metode kuantisasi yang lebih optimal.

## REFERENSI

- Goswami, J.C and Chan, A.K., "*Fundamentals of Wavelets: Theory, Algorithms, and Applications*".. John Wiley & Sons, 1999.
- Nguyen Truong, Q. "A Tutorial on Filter Banks and Wavelets".. University of Wisconsin.
- Rao, K. R. and Yip, P., "*Discrete Cosine Transforms – algorithms, advantages, applications*", Academic Press, 1990.
- Rabenstein, R and Bartosch, T., "Wavelet Analysis of Meteorological Data".. Erlangen Germany, 1997.
- Rainer, V S and Michael N. H., "A Wavelet based Test for Stationary".. <http://www.researchindex.com>, 1997.
- Sianipar R.H. 2001. "Kapabilitas Resolusi metode-metode estimasi spektral daya atas isyarat stasioner dan non-stasioner". Thesis S2. Pascasarjana Teknik Elektro Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta, 2001.
- Strang Gilbert, StrelaVasily, "Orthogonal Multiwavelets with Vanishing Moments".. Department of Mathematics Massachusetts Institute of Technology.. Cambridge, 1999.
- Wickerhauser, M. V. "Adapted Wavelet Analysis from Theory to Software".. *IEEE PRESS*, Massachusetts, 1994...
- Wickerhauser, M. V, Coifman, R, Meyer, Y. "Wavelet Analysis and Signal Processing". Yale University, New Heaven, USA, 1997.
- Wickerhauser.. "Comparison of Picture Compression Methods: Wavelet, Wavelet Packet, and Local Cosine Transform Coding".. Department of Mathematics Washington University, St. Louis, Missouri, USA, 2000.